Lösungen zu den Keplerschen Gesetzen

Ergänze das 1. Keplersche Gesetz:

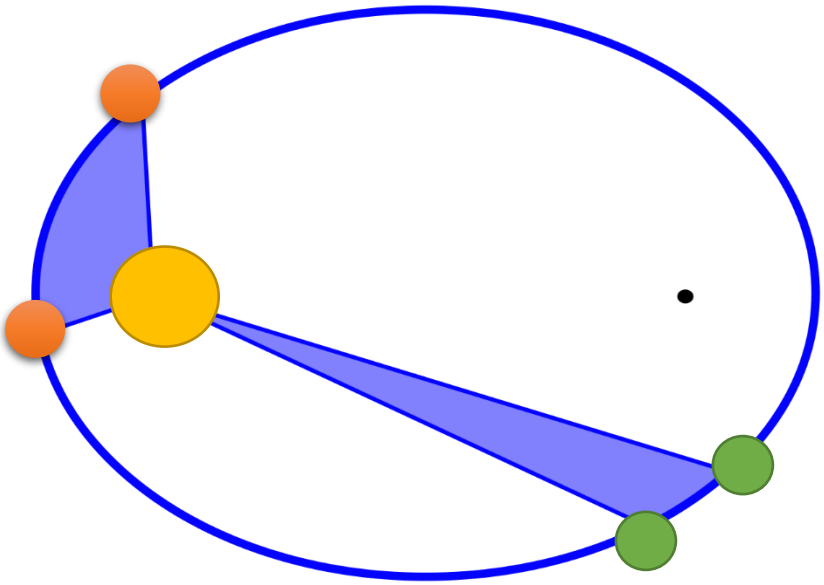
*Die Umlaufbahnen der Planeten sind E**llipsen**. In einem Brennpunkt der Ellipse liegt die S**onne**.*

Erkläre die historische Bedeutung der beiden ergänzten Begriffe für die Astronomie.

Bevor Kepler war man der Meinung, dass sich die Planeten auf Kreisen bewegen. Ausserdem waren viele Leute immer noch vom Geozentrischen Weltbild mit der Erde als Mittelpunkt überzeugt, weswegen es wichtig war, dass auch Kepler die Sonne ins Zentrum setzte.

Ergänze die Zeichnung zum 2. Keplerschen Gesetz mit Sonne und Planeten.

Die Verbindungslinie Sonne - Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.



Verkehrshaus der Schweiz | Haldenstrasse 44 | 6006 Luzern | 041 375 74 80 | education@verkehrshaus.ch | www.verkehrshaus.ch

Umkreise: Welche dieser Aussagen ist nach dem 2. Keplerschen Gesetz wahr?

A Je näher die Erde bei der Sonne ist, je schneller bewegt sie sich.
B Je weiter die Erde von der Sonne weg ist, je schneller bewegt sie sich.
C Je näher die Erde bei der Sonne ist, je langsamer bewegt sie sich.
D Je weiter die Erde von der Sonne weg ist, je langsamer bewegt sie sich.

Das dritte Keplersche Gesetz besagt, *dass die Umlaufzeit eines Planeten um die Sonne im Quadrat, geteilt durch die dritte Potenz seines Abstandes r, für alle Planeten die gleiche Konstante ergibt* - man nennt sie die Keplerkonstante:

$$\frac{T^2}{r^3} = C\ (Keplerkonstante)$$

Als Johannes Kepler 1618 dieses Gesetz formulierte, war Isaac Newton (1642 - 1727) noch nicht geboren. Heute können wir jedoch das 3. Keplersche Gesetz aus Newtons Gravitationsgesetz herleiten.

Auf der Grundlage, dass ein Planet auf einer **Kreisbahn** um die Sonne kreist, können die Gesetze der Gravitationskraft F_G und der Zentripetalkraft F_Z aus der Mechanik verwendet werden. Damit der Planet sich auf einer stabilen Kreisbahn bewegt, halten sich die Gravitationskraft und Zentripetalkraft im Gleichgewicht (beide Kräfte sind also betragsmässig gleich).

Gravitationskraft F_G = Zentripetalkraft F_Z

Mit den passenden Formeln sieht die Gleichung folgendermassen aus:

M = Sonne
m = Planet
$\gamma = \text{Gravitationskonstante}$
r = Radius
v = Geschwindigkeit

$$F_G = F_Z = \gamma \frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

Verkehrshaus der Schweiz | Haldenstrasse 44 | 6006 Luzern | 041 375 74 80 | education@verkehrshaus.ch | www.verkehrshaus.ch

Wir sehen, dass wir die Planetenmasse m kürzen können. Die Gleichung lautet also:

$$\gamma \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

Die Geschwindigkeit v können wir nun durch die Umlaufzeit T ersetzen:

$v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$ und erhalten $\gamma \frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{r\,T^2}$

Formuliere die Gleichung nun so um, dass wir auf der einen Seite die Umlaufzeit T im Quadrat geteilt durch die dritte Potenz des Abstands r haben.

Auf der anderen Seite der Gleichung erhältst du dann die Keplerkonstante C:

1. $\gamma \frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{r\,T^2}$ | : r^2
2. $\gamma M = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}$ | : $4\pi^2$
3. $\frac{\gamma M}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}$ | Kehrwert verwenden
4. $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M}$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M}$$

Verkehrshaus der Schweiz | Haldenstrasse 44 | 6006 Luzern | 041 375 74 80 | education@verkehrshaus.ch | www.verkehrshaus.ch